

Список вопросов к дифференцированному зачету по М5

1. Комплексные числа, определение и свойства. Различные формы представления комплексных чисел. Формула Эйлера, формула Муавра. Извлечение корня n -й степени из комплексного числа
2. Предел последовательности комплексных чисел. Понятие расширенной комплексной плоскости и стереографической проекции соответствие между точками и прямыми на сфере Римана
3. Определение внутренней, предельной и граничной точки данного множества. Понятие области, замкнутой области, односвязной и многосвязной области
4. Понятие однозначной функции, однолистной функции. Определение функций $e^z, \sin z, \cos z, \operatorname{Ln} z, \ln z, a^z, \sqrt[n]{z}$
5. Определение предела функции, определение непрерывности функции в точке на множестве
6. Определения производной и дифференцируемости функции в точке
7. Критерии дифференцируемости функции. Условия Коши-Римана
8. Понятие аналитической функции, операции над аналитическими функциями. Геометрический смысл производной. Понятие конформного отображения в точке, на множестве
9. Понятие кривой на комплексной плоскости; положительное и отрицательное направление на кривой. Определение интеграла от функции комплексного переменного по кривой в комплексной плоскости. Элементарные свойства интегралов
10. Интегральная теорема Коши; её следствия
11. Определение первообразной; свойства первообразных. Формула Ньютона-Лейбница.
12. Интегральная формула Коши
13. Свойство бесконечной дифференцируемости аналитической функции; формулы производных
14. Теорема Лиувилля. Теорема Морера. Основная теорема алгебры.
15. Функциональные ряды, теоремы Вейерштрасса (о равномерно сходящихся рядах). Теорема Абеля (о сходимости степенного ряда), определение радиуса и области сходимости степенного ряда
16. Теорема Тейлора, единственность разложения.
17. Теорема Лорана.
18. Определение и характеристики особых точек.
19. Определение вычета в конечной и бесконечно удаленной точках, формулы для вычисления вычетов, теоремы о вычетах
20. Приложение теоремы о вычетах к вычислению определенных интегралов.
21. Периодические функции, их свойства. Простые гармоники: определение, свойства
22. Ортогональные системы функций, ортогональность системы тригонометрических функций
23. Тригонометрический ряд Фурье (ТРФ). Вычисление коэффициентов ТРФ;
24. Теорема о сходимости ТРФ (теорема Дирихле)
25. Разложение в ТРФ четной, нечетной, непериодической функций
26. Разложение функции в ТРФ на произвольном отрезке
27. Комплексная форма ряда Фурье, связь с тригонометрической формой. Частотные спектры периодической функции
28. Минимальное свойство коэффициентов Фурье. Неравенство Бесселя, равенство Парсеваля
29. Определение функции оригинала. Преобразование Лапласа.
30. Дифференцируемость, условия существования и необходимый признак для преобразования Лапласа.

31. Основные свойства преобразования Лапласа. Теоремы подобия, теорема сдвига, теорема запаздывания. Таблица элементарных изображений
32. Дифференцирование и интегрирование изображений.
33. Изображение производных и интегралов оригинала.
34. Изображение периодического оригинала.
35. Свертка оригиналов и её свойства
36. Теорема об умножении оригиналов. Интеграл Дюамеля.
37. Обратное преобразование Лапласа. Интеграл Римана-Меллина. Нахождение оригиналов с помощью теорем разложения
38. Понятие об импульсных функциях, производные функции Хевисайда.
39. Приложения операционного исчисления для решения задачи Коши для линейных дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений.