

## Список вопросов к экзамену по математике 1

1. Определение ограниченного множества, точных верхней и нижней граней числового множества. Теорема о существовании точных граней непустого ограниченного числового множества
2. Принцип Архимеда и его следствия
3. Принцип Кантора (теорема о вложенных стягивающихся отрезках)
4. Понятие последовательности, подпоследовательности. Определение ограниченной, неограниченной, б.б., б.м., сходящейся последовательностей
5. Свойства сходящихся последовательностей
6. Понятие монотонной последовательности. Теорема о монотонной ограниченной последовательности
7. Определение числа  $e$
8. Лемма Больцано-Вейерштрасса для последовательностей
9. Определение предела функции по Гейне и по Коши. Эквивалентность определений. Односторонние пределы.
10. Свойства функций, имеющих предел (ограниченность, переход в неравенствах, лемма о двух милиционерах, арифметические операции).
11. Первый замечательный предел.
12. Определение б.м. и б.б. функций. Классификация. Связь между б.б. и б.м. Теорема о замене эквивалентными бесконечно малыми.
13. Арифметические операции над б.м. функциями.
14. Второй замечательный предел.
15. Теоремы о пределе монотонной функции.
16. Критерий Коши существования предела функции. Определение фундаментальной последовательности. Критерий Коши сходимости числовой последовательности
17. Непрерывность функции (определение непрерывности в точке, на множестве, непрерывность в изолированной точке, непрерывность слева и справа). Классификация точек разрыва.
18. Элементарные свойства непрерывных функций. Непрерывность сложной функции.
19. I и II теоремы Больцано-Коши о промежуточном значении, следствие II теоремы Больцано-Коши.
20. Теорема о существовании, монотонности и непрерывности обратной функции.
21. I и II теоремы Вейерштрасса.
22. Определение производной. Геометрический смысл производной. Существование касательной.
23. Определение дифференцируемости. Связь между существованием производной и дифференцируемостью. Связь между дифференцируемостью и непрерывностью.
24. Дифференциал. Геометрический смысл дифференциала. Инвариантность формы первого дифференциала.

25. Правила дифференцирования. Таблица производных.
26. Теоремы о производной сложной и обратной функции.
27. Существование параметрически заданной функции. Производная параметрически заданной функции.
28. Производные и дифференциалы высших порядков. Отсутствие инвариантности формы второго дифференциала.
29. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Теорема о существовании односторонней производной.
30. I правило Лопиталя (в конечной точке и при  $x \rightarrow \infty$ ).
31. Формула Тейлора. Теорема о представлении остаточного члена формулы Тейлора в форме Лагранжа и Коши.
32. Формула Тейлора. Теорема о представлении остаточного члена формулы Тейлора в форме Пеано.
33. Основные разложения по формуле Тейлора.
34. Теорема об исследовании поведения функции при помощи первой производной.
35. Понятие экстремума функции. Необходимые условия экстремума.
36. Достаточные условия экстремума функции (в терминах первой производной и производных высших порядков).
37. Понятие выпуклости функции. Исследование выпуклости при помощи первой производной и производных высших порядков.
38. Необходимые и достаточные условия перегиба.
39. Асимптоты.